

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2004

ΘΕΜΑ 1^ο

α.

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	Σχ. συχνότητα (%) $f_i\%$
0	4	4	16
1	7	11	28
2	5	16	20
3	4	20	16
4	3	23	12
5	2	25	8
Αθροίσματα	25		100

β.

Είναι η τιμή με την μεγαλύτερη συχνότητα δηλαδή $M_0 = 1$

γ.

$\delta = 13^{\text{η}}$ παρατήρηση = 2

δ.

16%

ε.

$4 + 7 + 5 = 16$ οικογένειες .

ΘΕΜΑ 2^ο

α.

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{(2x-18)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 9^+} 2(\sqrt{x}+3) = 12
 \end{aligned}$$

β.

$$\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^-} (\lambda x + 3) = 9\lambda + 3$$

γ.

$$\begin{aligned}
 \text{Πρέπει να ισχύει } \lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = f(9) \Leftrightarrow \\
 12 &= 9\lambda + 3 = 9\lambda + 3
 \end{aligned}$$

$$12 = 9\lambda + 3$$

$$9\lambda = 9 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α.

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + \alpha + 0 = 6x^2 - 18x + \alpha$$

β.

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 12$$

$$f(2) = 5 \Leftrightarrow 16 - 36 + 2\alpha + \beta = 5 \Leftrightarrow 16 - 36 + 24 + \beta = 5 \Leftrightarrow \beta = 1$$

γ.

Για $\alpha = 12$ και $\beta = 1$ έχουμε $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 2$$

Πρόσημο της f' και μονοτονία της f

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f :

Είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[2, +\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο $[1, 2]$

ΘΕΜΑ 4^ο

α.

Αν x είναι το μήκος και y το πλάτος του ορθογωνίου τότε $x + y = 200 \Leftrightarrow$
 $y = 200 - x$

Το εμβαδόν E του ορθογωνίου είναι ίσο με $E = xy$ οπότε

$$E(x) = x(200 - x) = 200x - x^2 = -x^2 + 200x, \quad 0 < x < 200$$

β.

$$E'(x) = -2x + 200$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 200 = 0 \Leftrightarrow x = 100$$

$$E'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 200 > 0 \Leftrightarrow x < 100$$

$$E'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x + 200 < 0 \Leftrightarrow x > 100$$

Η συνάρτηση E παρουσιάζει μέγιστο για $x = 100$ μέτρα

γ.

$$\begin{aligned}
 \text{Η μέγιστη τιμή του εμβαδού είναι ίση με } E(100) &= -10000 + 20000 \\
 &= 10000 \text{ τ.μέτρα}
 \end{aligned}$$